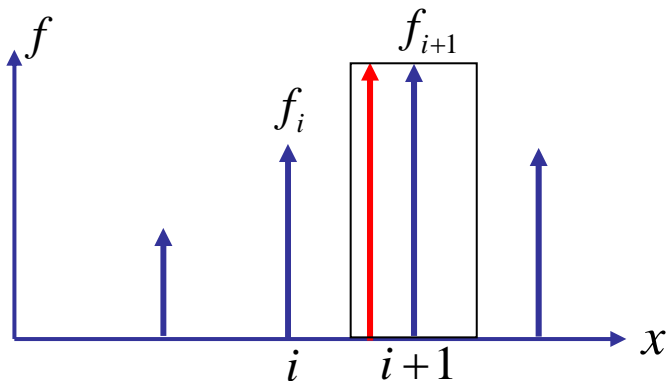


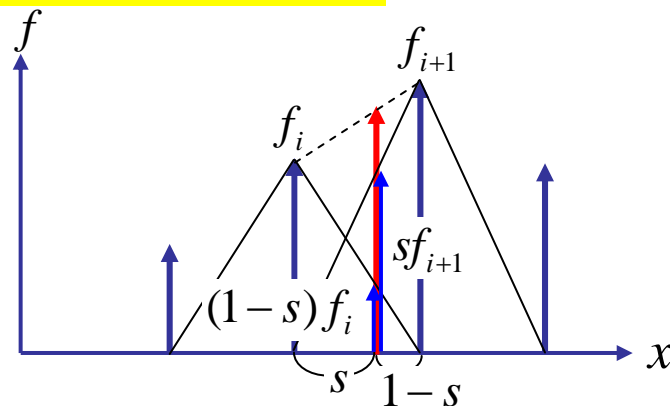


# 1次元信号の再サンプリングと補間

## 0次補間(最近傍補間)



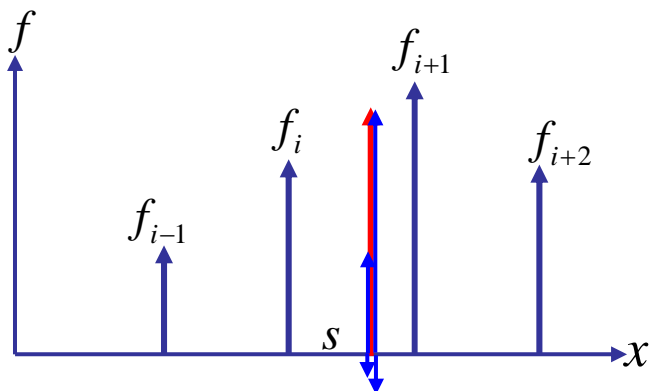
## 1次関数による補間



$$f = sf_{i+1} + (1-s)f_i$$

$f_i$ からの寄与 $(1-s)f_i$ と $f_{i+1}$ からの寄与 $sf_{i+1}$ の和で与えられる。

## Bスプライン関数による補間



$$f = R(1+s)f_{i-1} + R(s)f_i + R(s-1)f_{i+1} + R(s-2)f_{i+2}$$

4つの近傍信号に対してスプライン関数で重み付けられた和で与えられる

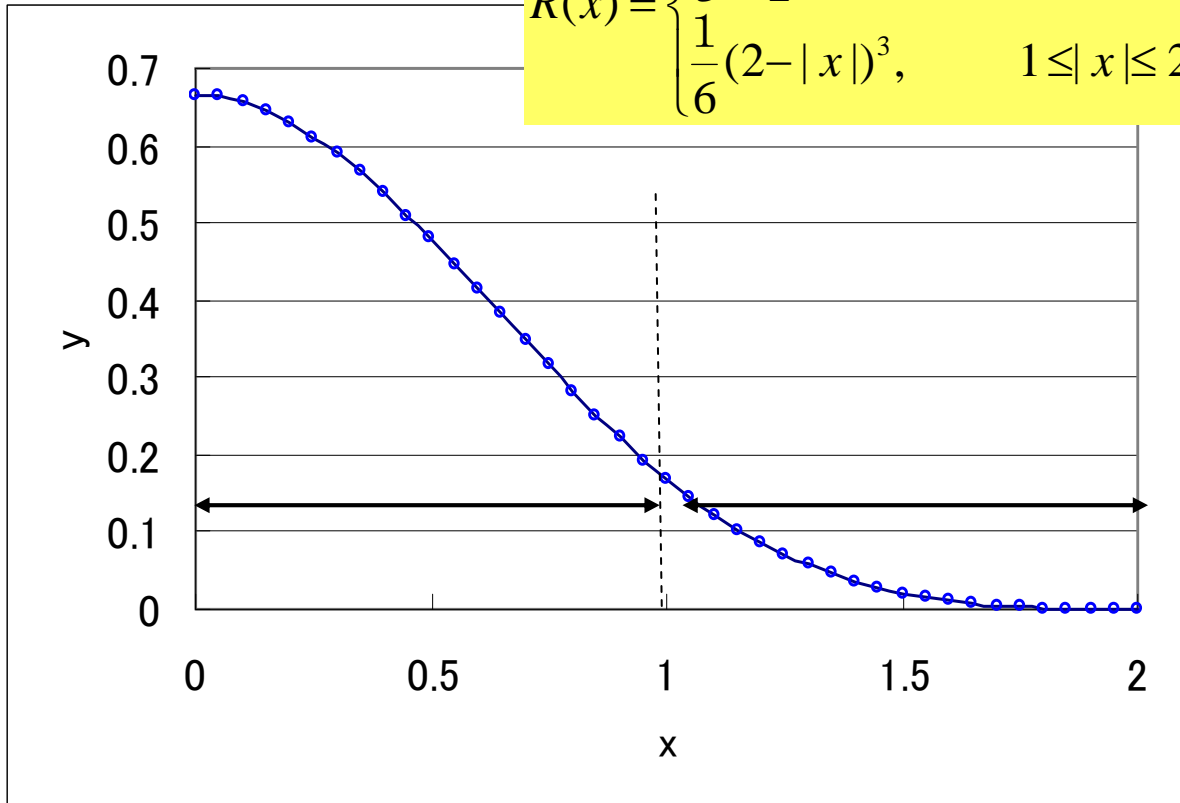
ただし

$$R(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} + \frac{1}{2}|x|^3 - |x|^2, & 0 \leq |x| \leq 1 \\ \frac{1}{6}(2-|x|)^3, & 1 \leq |x| \leq 2 \end{cases}$$



# Bスプライン関数の形

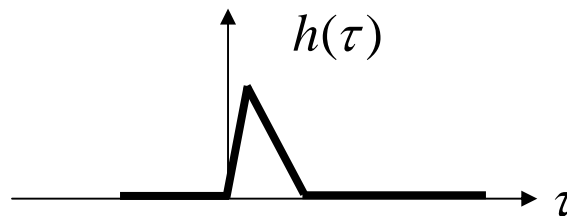
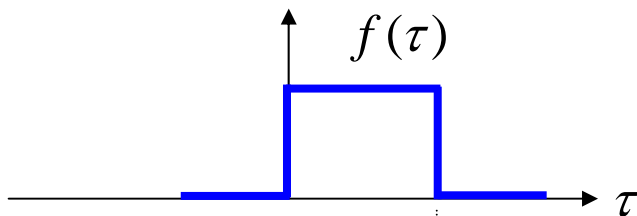
$$R(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} + \frac{1}{2}|x|^3 - |x|^2, & 0 \leq |x| \leq 1 \\ \frac{1}{6}(2 - |x|)^3, & 1 \leq |x| \leq 2 \end{cases}$$



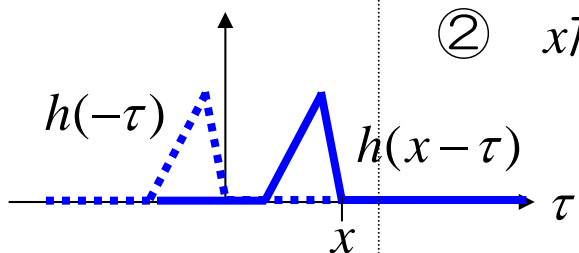


# コンボリューション演算

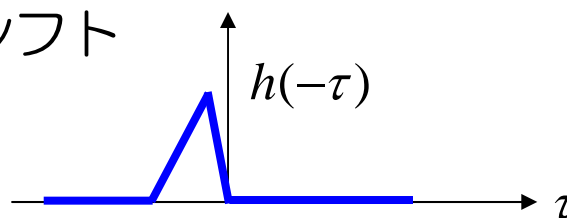
$$g(x) \equiv h(x) * f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x-\tau)f(\tau)d\tau$$



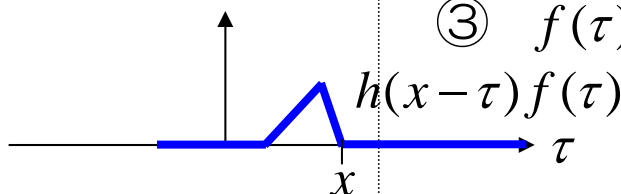
①  $h(\tau)$ を反転



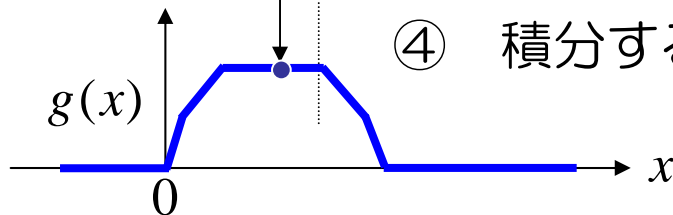
②  $x$ だけシフト



③  $f(\tau)$ と $h(x-\tau)$ の積



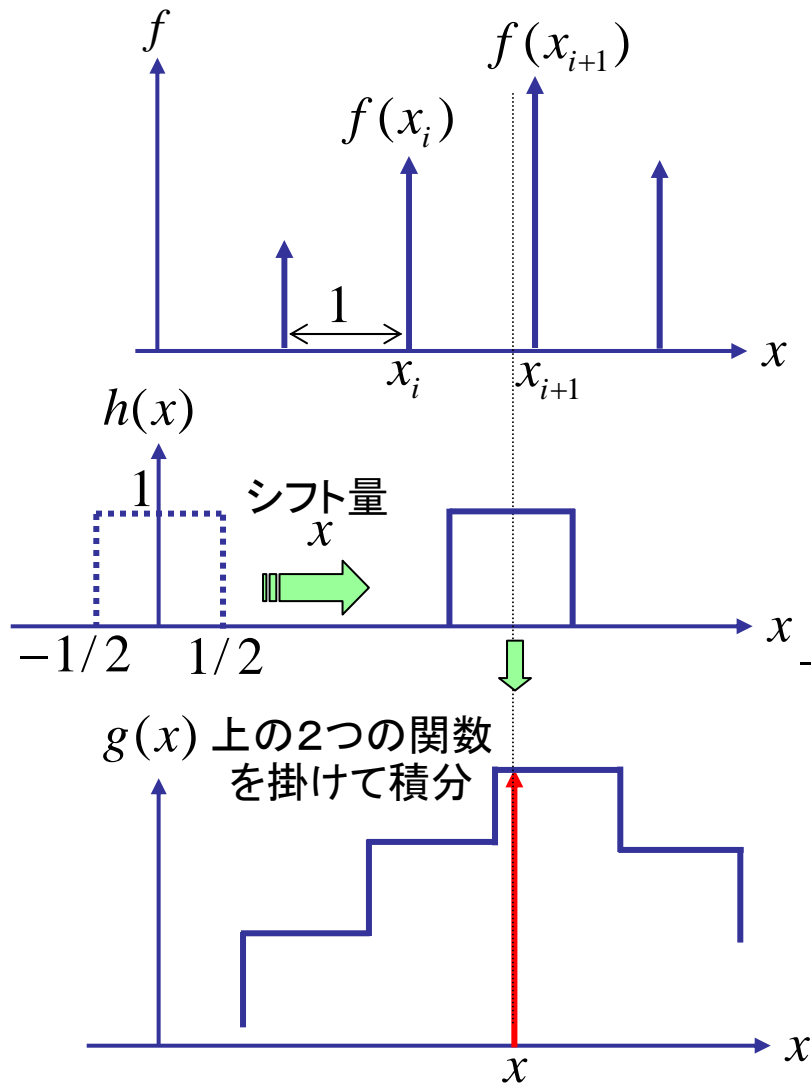
④ 積分する



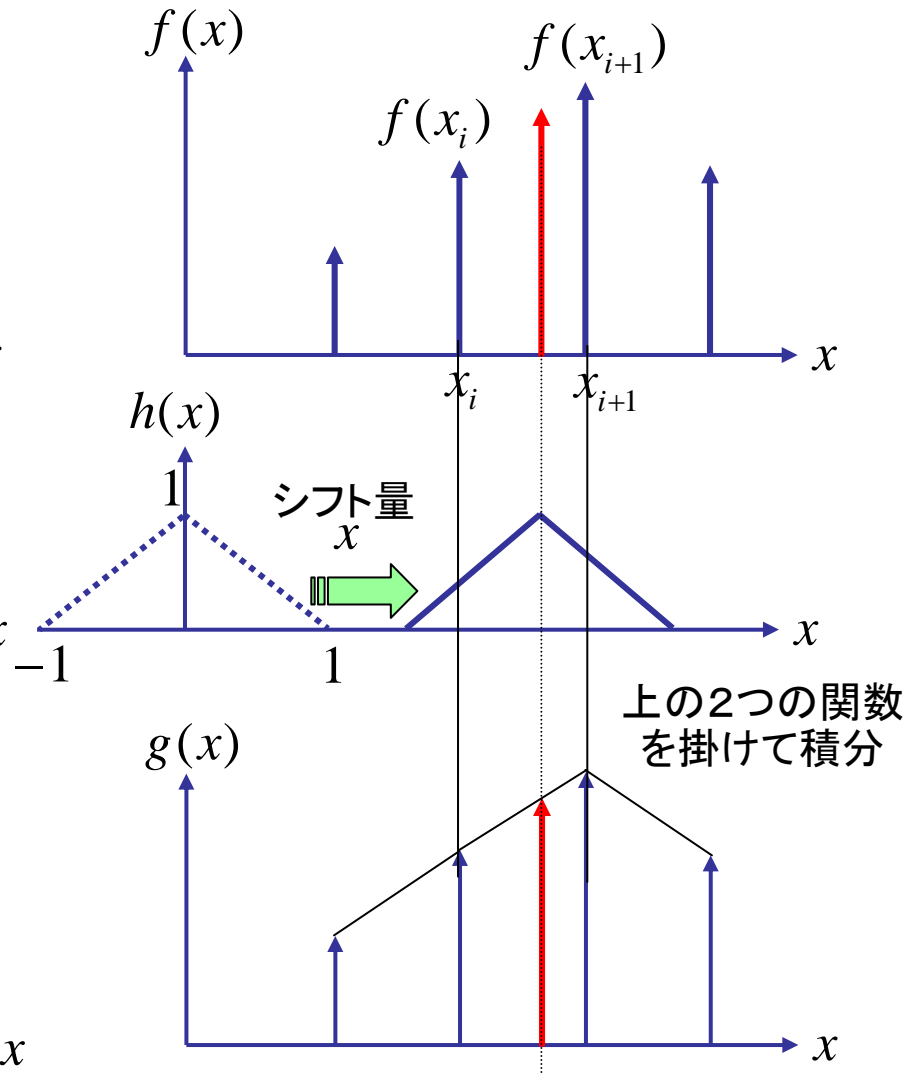


# コンボリューション演算としての補間処理

## 0次補間(最近傍補間)



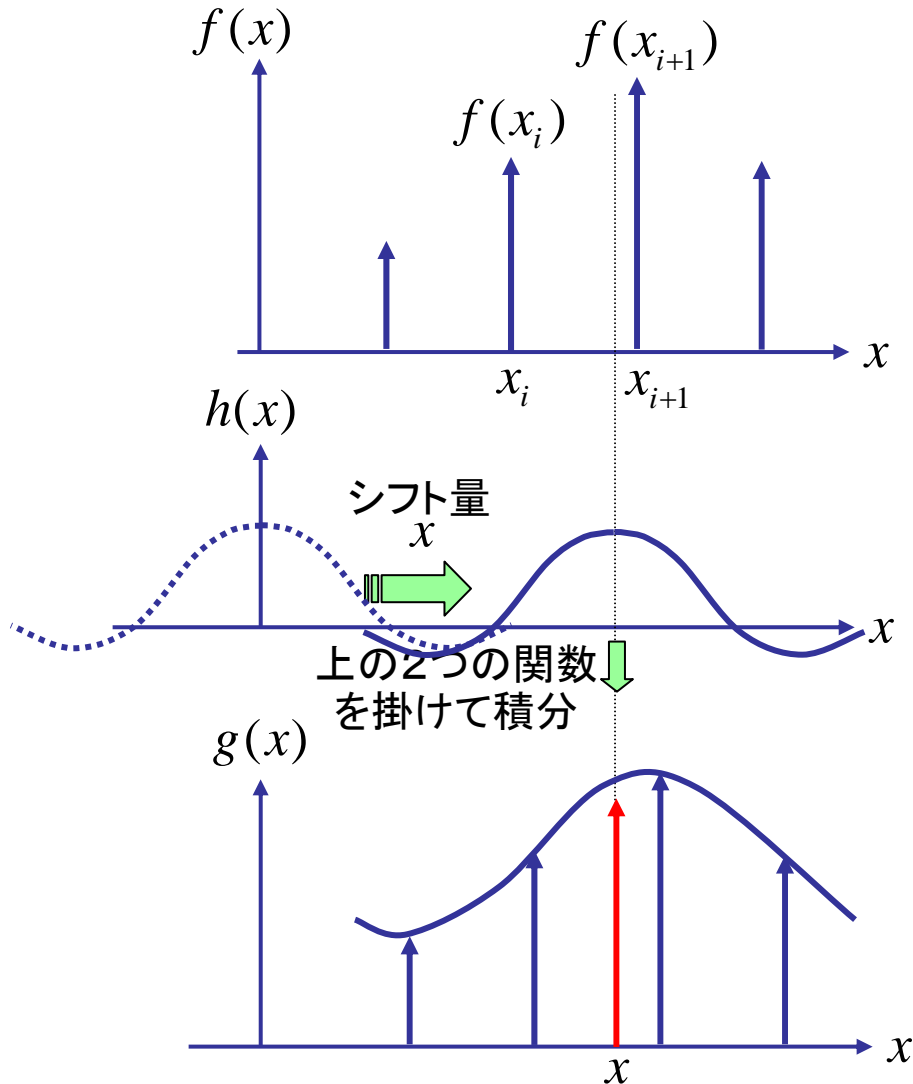
## 1次関数による補間





# コンボリューション演算としての補間処理(つづき)

## 3次補間



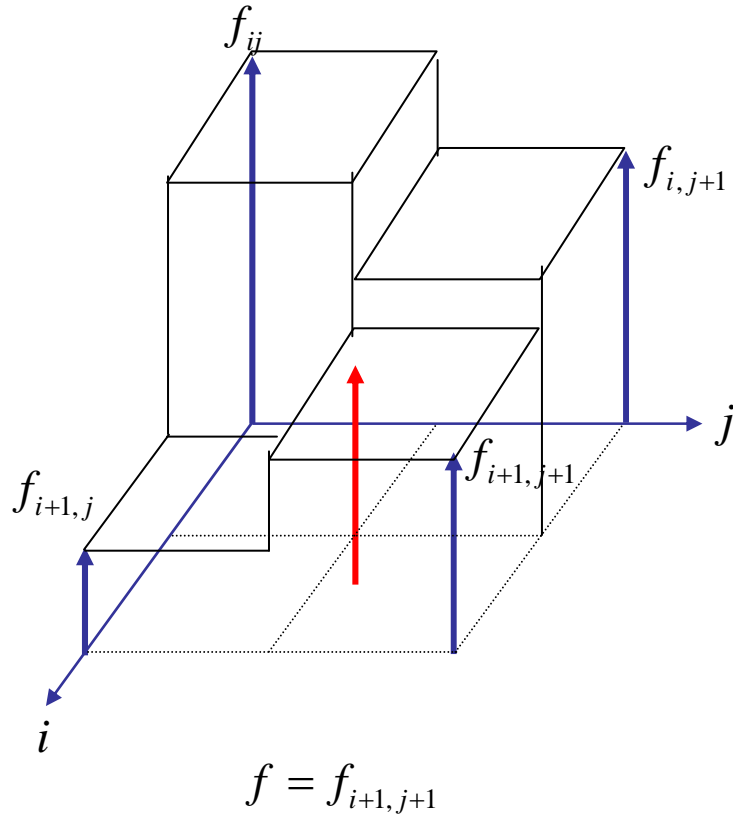
3次多項式 (Cubic B-spline)

$$R(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} + \frac{1}{2}|x|^3 - |x|^2, & 0 \leq |x| \leq 1 \\ \frac{1}{6}(2 - |x|)^3, & 1 \leq |x| \leq 2 \end{cases}$$

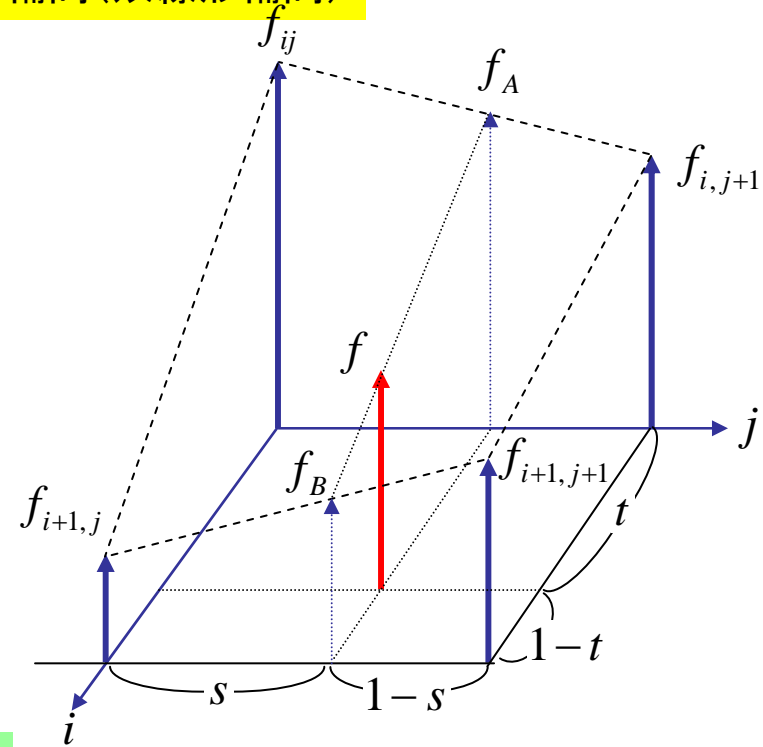


# 2次元画像の補間

## 0次補間(最近傍補間)



## bilinear補間(双線形補間)



### STEP1

$$f_A = (1-s)f_{i,j} + sf_{i,j+1}$$

$$f_B = (1-s)f_{i+1,j} + sf_{i+1,j+1}$$

### STEP2

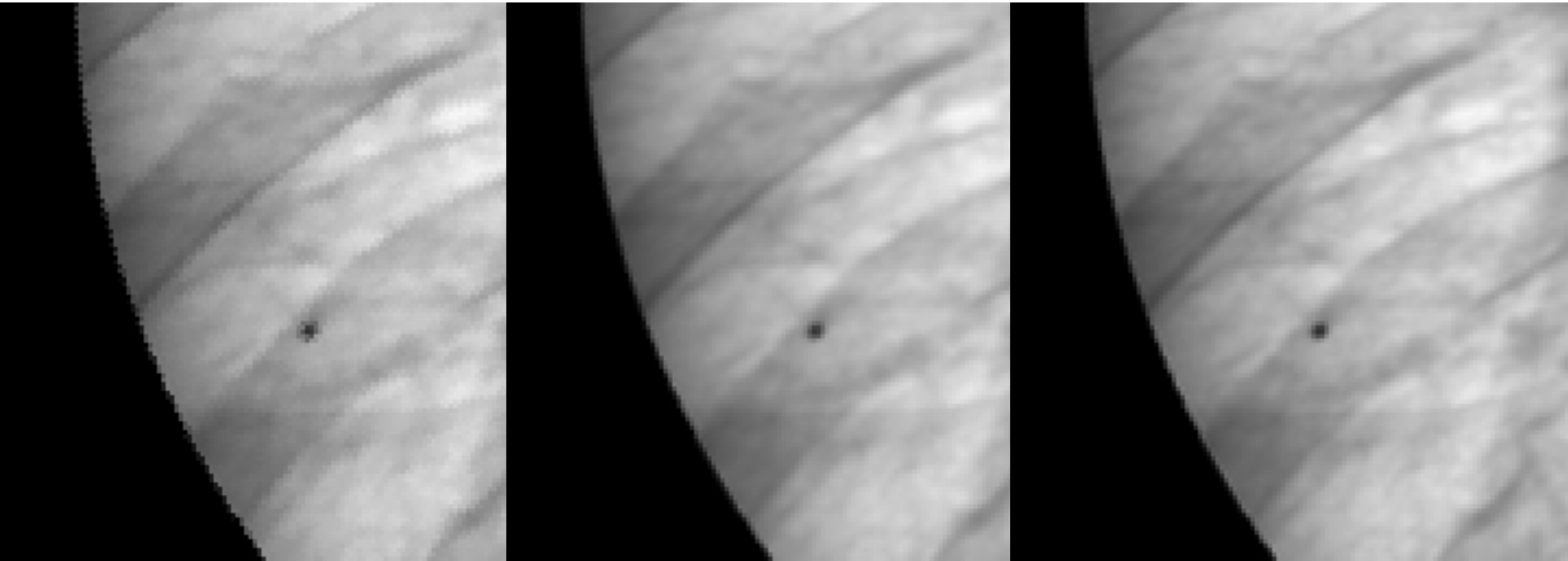
$$\begin{aligned} f &= (1-t)f_A + tf_B \\ &= (1-t)[(1-s)f_{i,j} + sf_{i,j+1}] + t[(1-s)f_{i+1,j} + sf_{i+1,j+1}] \\ &= (1-t)(1-s)f_{i,j} + s(1-t)f_{i,j+1} + t(1-s)f_{i+1,j} + stf_{i+1,j+1} \end{aligned} \quad 6$$

## 参考

3次元の場合も、同様にして線形補間が可能. trilinearと呼ばれる.



# 画像の補間の例



0次補間

1次補間

キュービック補間

一部を拡大した様子