

# 階調変換

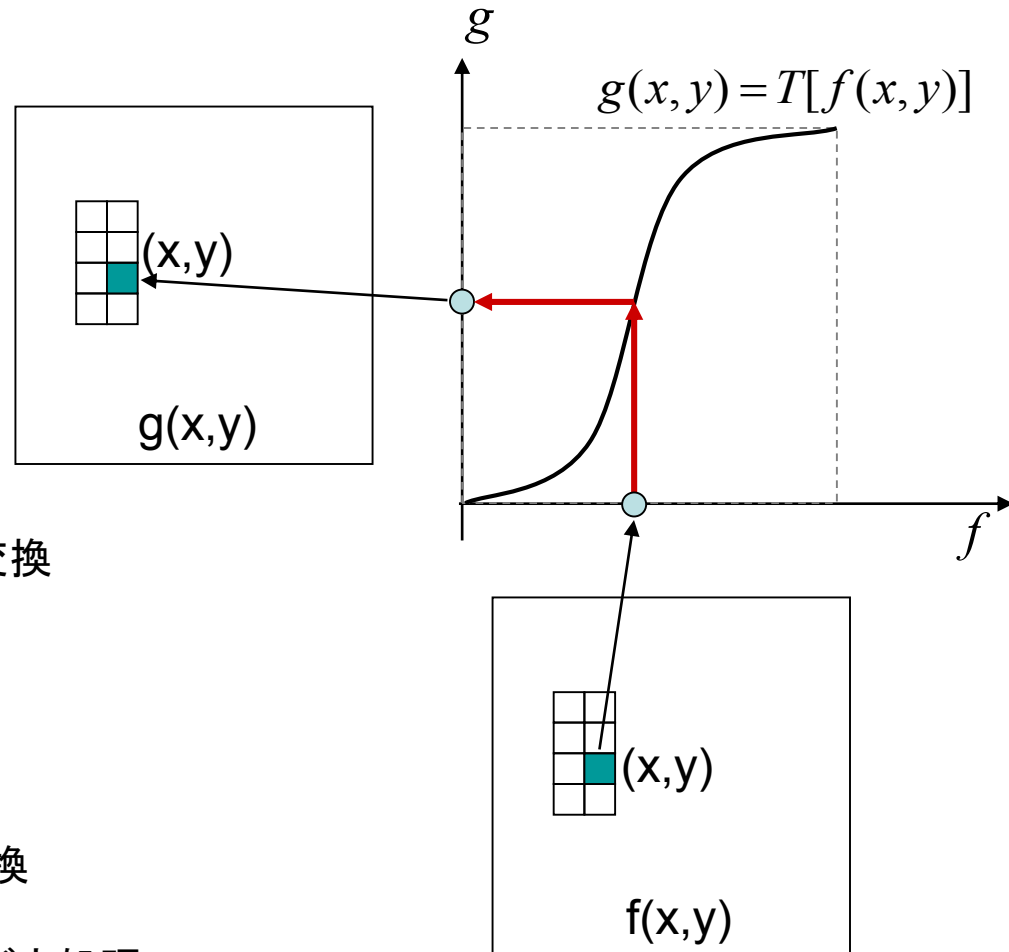
## 階調変換の一般的表現

$g(x, y) = T[f(x, y)]$  ← 画素ごとの処理  
を意味している

$f(x, y)$ : 原画像

$g(x, y)$ : 処理画像

$T[\ ]$ : 階調変換オペレータ



## 今回取り上げる階調変換

1. CRTの入出力特性に対応した階調変換
2. ヒストグラムに基づいた階調変換
  - ヒストグラム平滑化
  - ヒストグラム特定化
3. ダイナミックレンジを圧縮する階調変換
  - 対数を用いる階調変換
  - 医用画像に多用されるウィンドウ処理
4. 画像入力機器の特性を考慮した階調変換
  - 光学カメラ入力信号に対する線形化処理
  - CTにおけるX線強度データから投影データへの変換

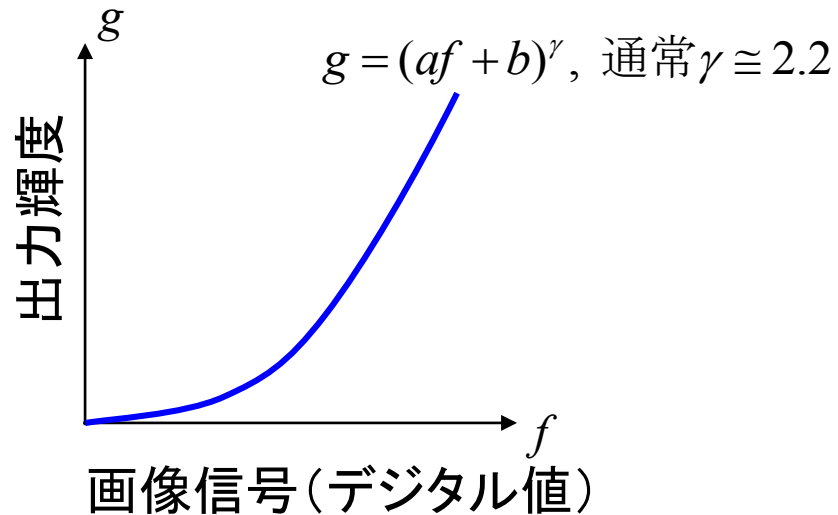
## CRT(cathode ray tube:陰極線管)の輝度特性モデル

GOGモデル

Gain offset gamma model

ゲイン  
↑  
オフセット  
↑  
ガンマ

$$g = (af + b)^\gamma$$



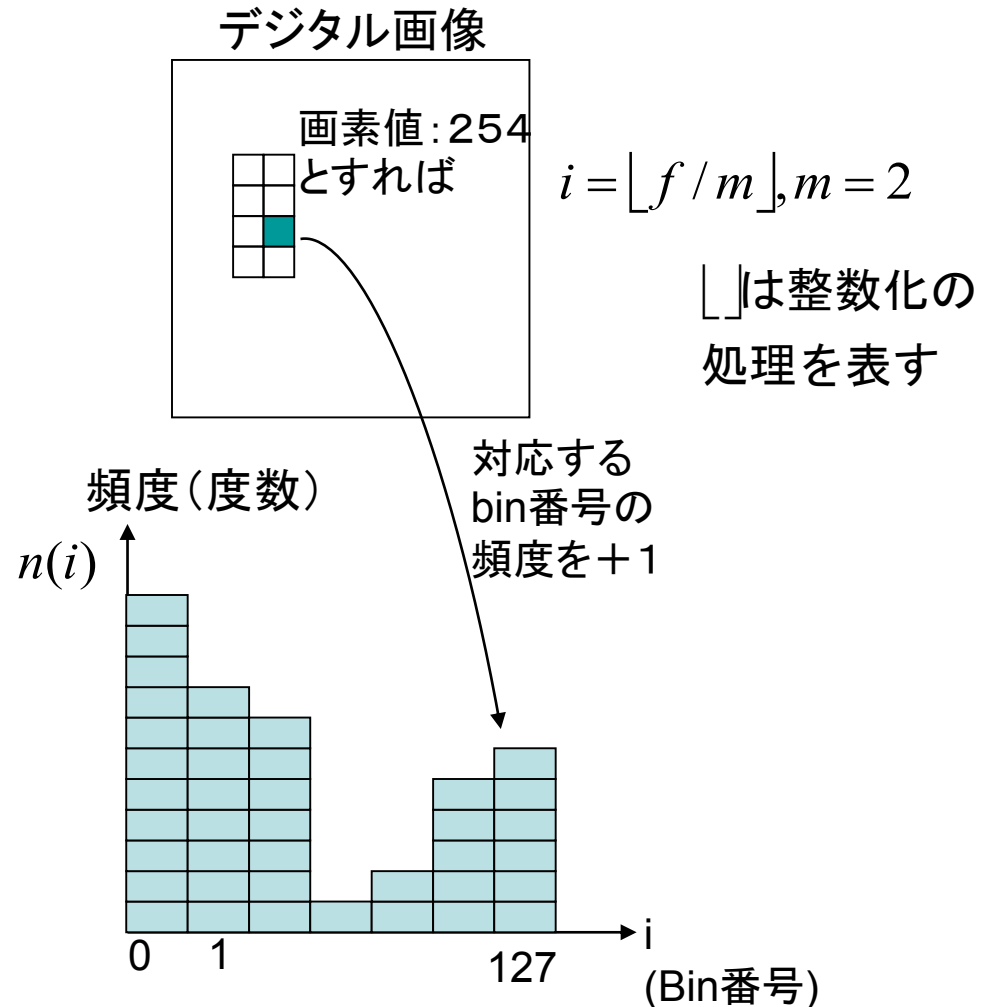
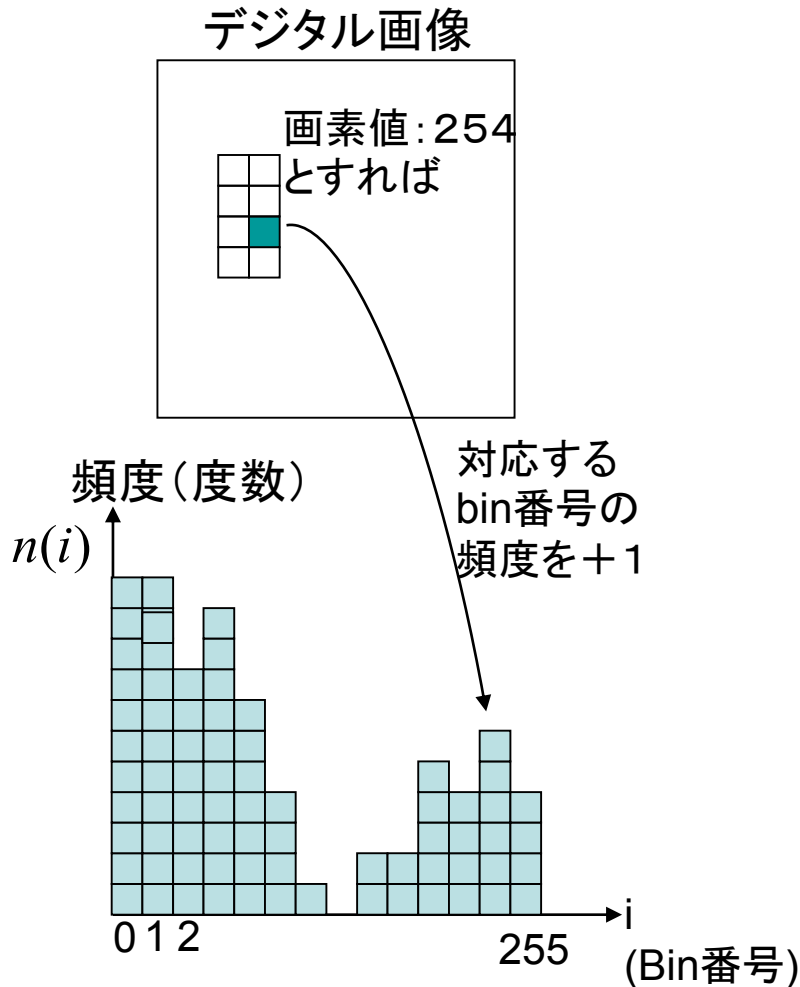
# 画像のヒストグラム

8ビットデジタル画像のヒストグラムを作成する

Binは入れ物などの意味

8ビットの整数をそのままbin番号としてヒストグラムを作成する場合

Bin数を減らして作成する場合



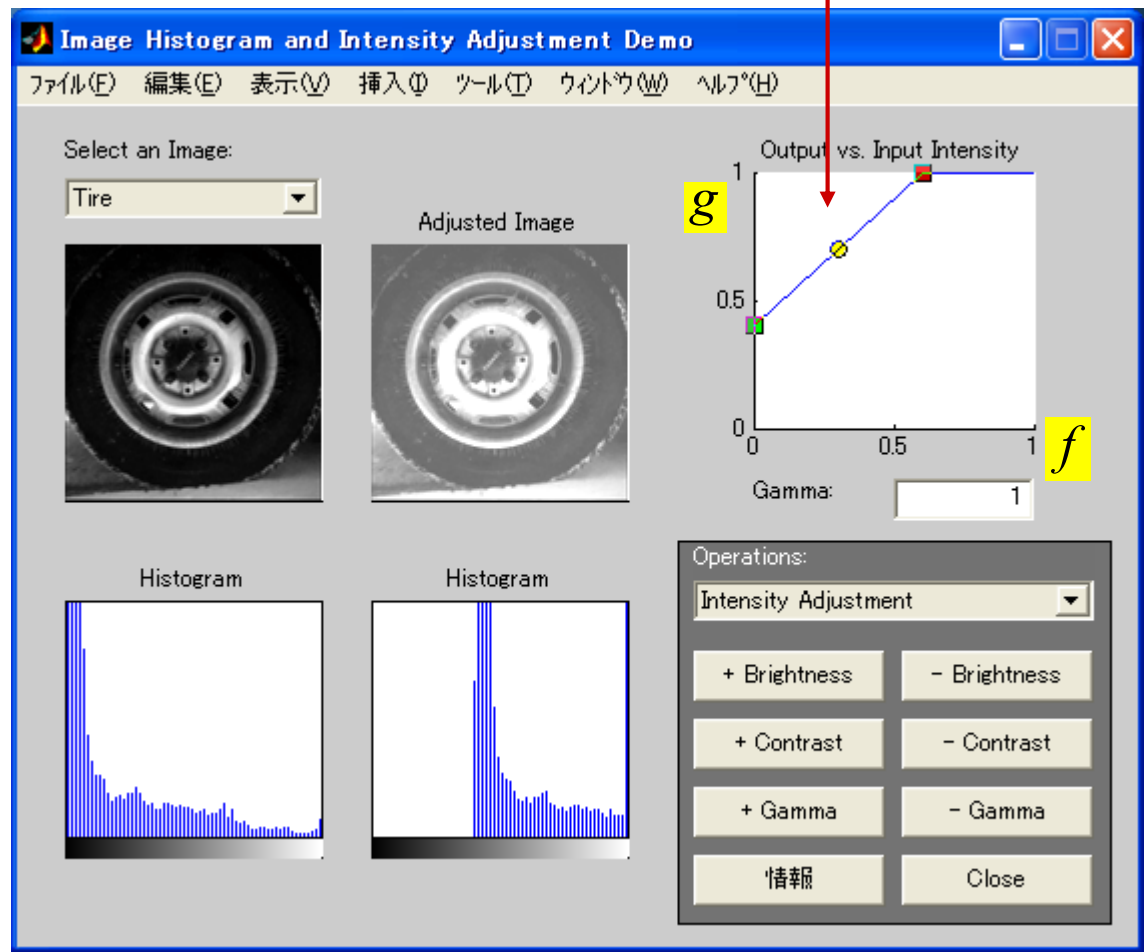
# ブライトネスの増加

実行例 (MATLABのdemoより)

$$g = (af + b)^\gamma \longrightarrow g = f + b$$

$\gamma = 1, \alpha = 1$  とする

階調変換の特性を現すグラフ  
画素値を0~1に正規化していることに注意.



$$f = f_{8bits} / 255$$

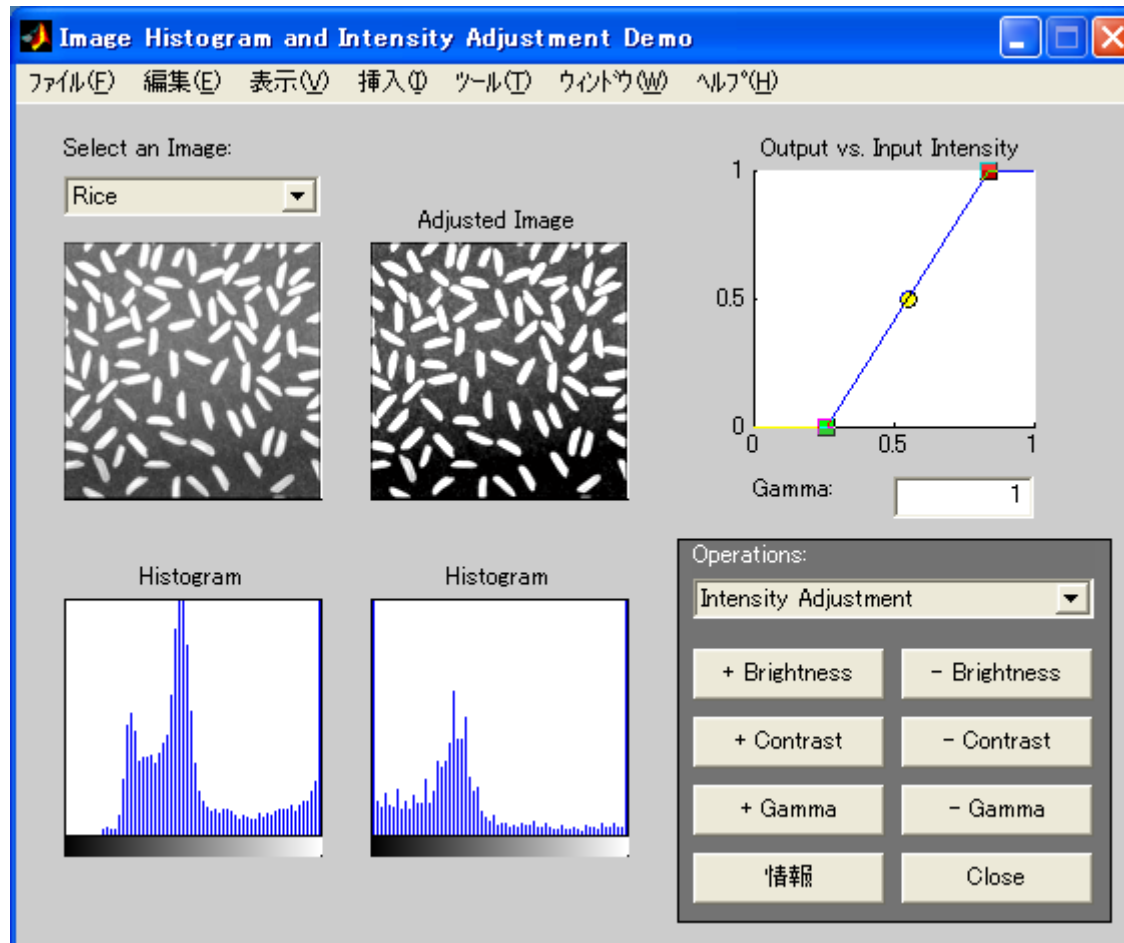
$$g = g_{8bits} / 255$$

# コントラストの増加

実行例 (MATLABのdemoより)

$$g = (a f + b)^\gamma \Rightarrow g = a f + b$$

$\gamma = 1$ とする

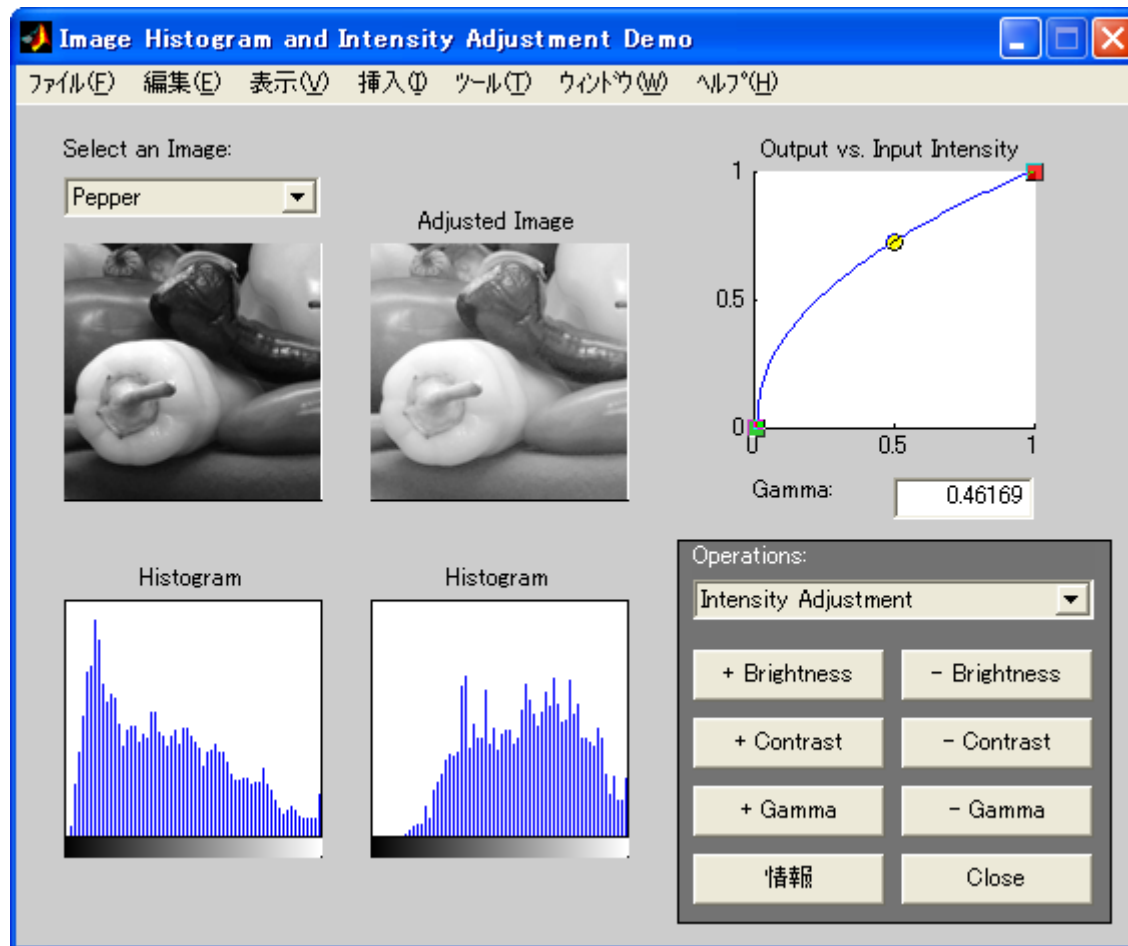


# ガンマの増加・減少

実行例 (MATLABのdemoより)

$$g = (af + b)^\gamma \rightarrow g = (af)^\gamma$$

$b = 0$ とする



# ヒストグラムから確率密度関数への変換

ヒストグラム:  $n(i)$ ,  $0 \leq i \leq 255$

ヒストグラム(縦軸)を全画素数で割ることで確率密度関数が得られる:

$$p(i) = \frac{n(i)}{N}, \quad 0 \leq i \leq 255$$

$$N = \sum_{i=0}^{255} n(i)$$

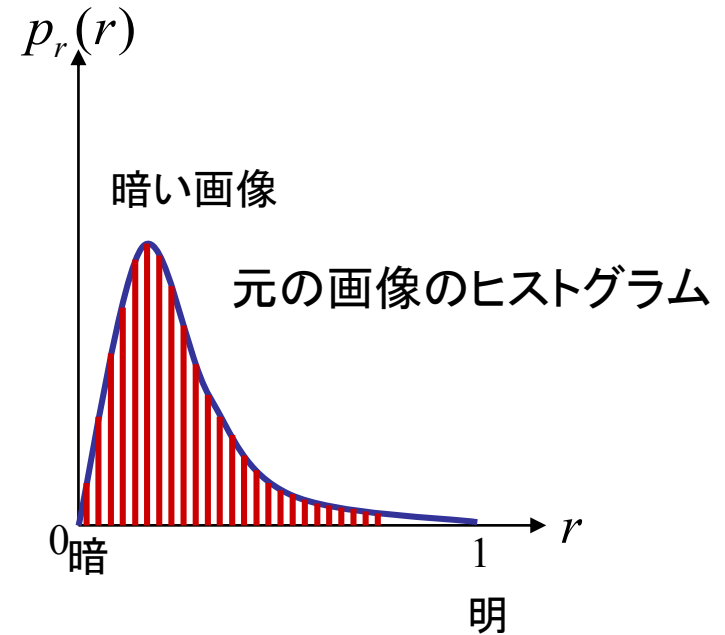
実際、 $p(i)$ を総和すると1となる。

$$\sum_{i=0}^{255} p(i) = \sum_{i=0}^{255} \frac{n(i)}{N} = \frac{N}{N} = 1$$

横軸も最大1に正規化し、 $p_r(r)$ を定義する。

$$p_r(r) = p(i/255),$$

$$r = i/255$$



# ヒストグラム平滑化 histogram equalization

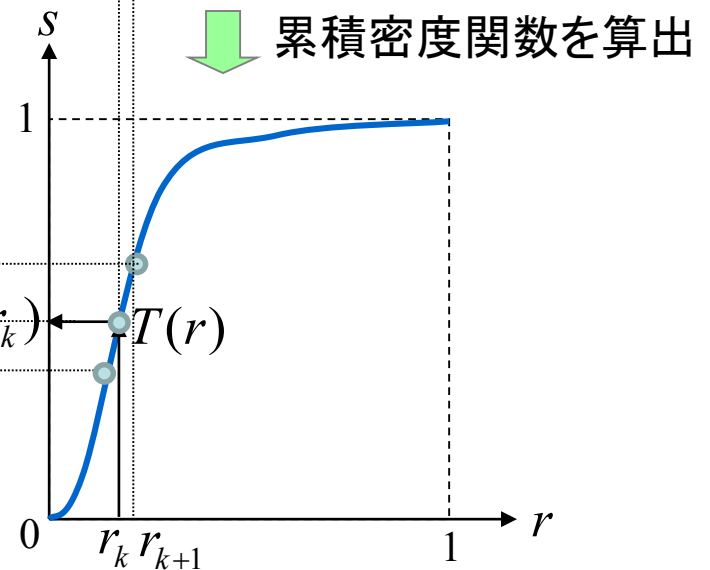
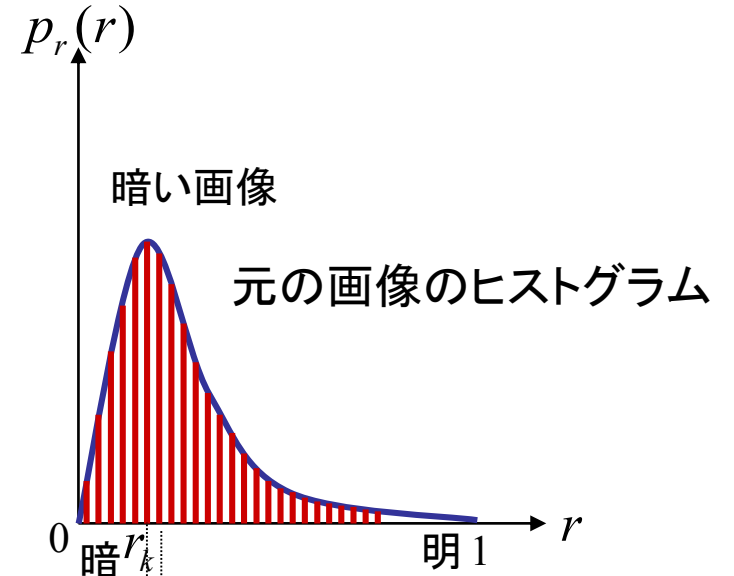
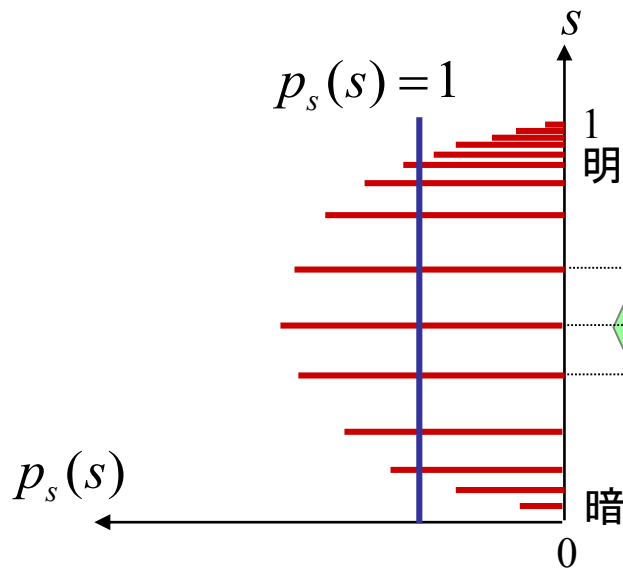
## 理論

ヒストグラム平滑化のための階調変換の式:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw, \quad 0 \leq r \leq 1$$

↑  
元画像のヒストグラム

すなわち, 累積密度関数によって変換する.



平均的に平滑化されている



# ヒストグラム平滑化 histogram equalizationの理論

ある階調変換の式を以下で定義する

$$s = T(r) \quad (1)$$

逆変換の式を以下で定義する

$$r = T^{-1}(s) \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (2)$$

階調変換された方の密度関数 $s$ の確率分布は以下で表される

$$p_s(s) = \left[ p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \quad (3)$$

なぜなら、対応する点で、密度関数の面積が保存されるため。

$$p_s(s)\Delta s = p_r(r)\Delta r \quad (4)$$

階調変換を以下に示す累積密度関数によって行うことを考える

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw, \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (5)$$

このとき

$$\frac{ds}{dr} = p_r(r) \quad (6)$$

これを式(3)に代入すると

$$\begin{aligned} p_s(s) &= \left[ p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} \\ &= [1]_{r=T^{-1}(s)} \\ &= 1 \quad 0 \leq s \leq 1 \end{aligned} \quad (7)$$

となり、変換後の密度関数が均一となることが示された。

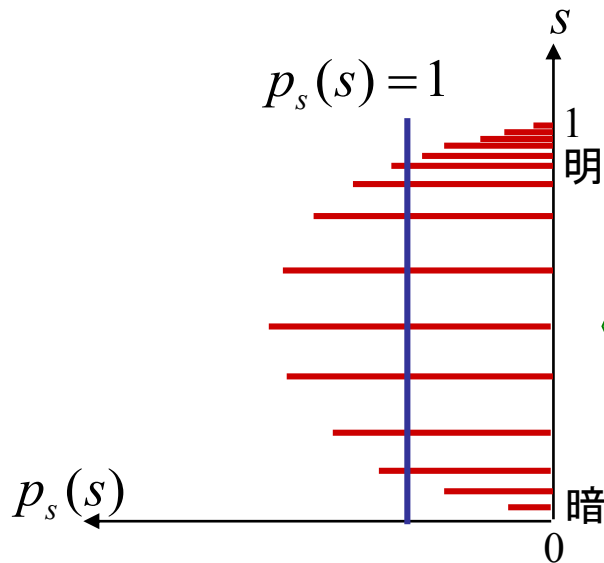
# ヒストグラム特定化 histogram specification

## 理論

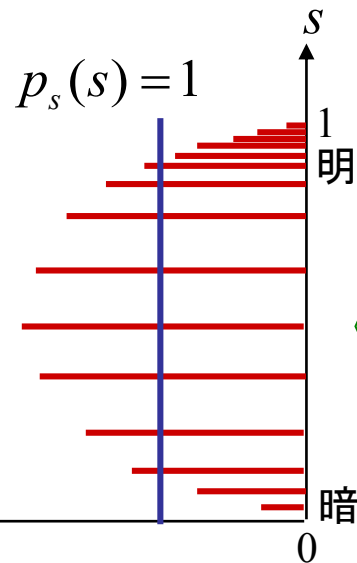
ヒストグラム平滑化のための階調変換の式:

$$s = T(r) = \int_0^r \underbrace{p_r(w)}_{\substack{\uparrow \\ \text{元画像のヒストグラム}}} dw, \quad 0 \leq r \leq 1$$

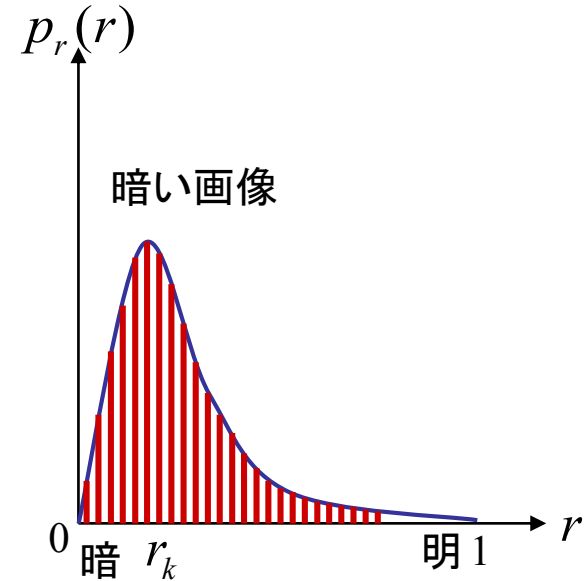
元画像のヒストグラム



そこで,



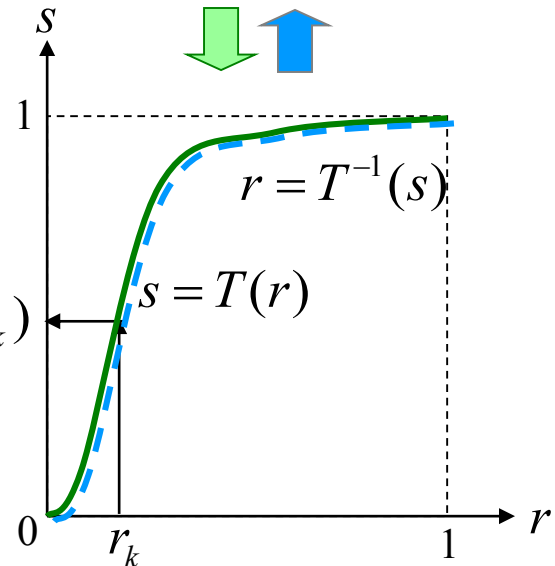
←  $s_k = T(r_k)$   
 逆変換



暗い画像

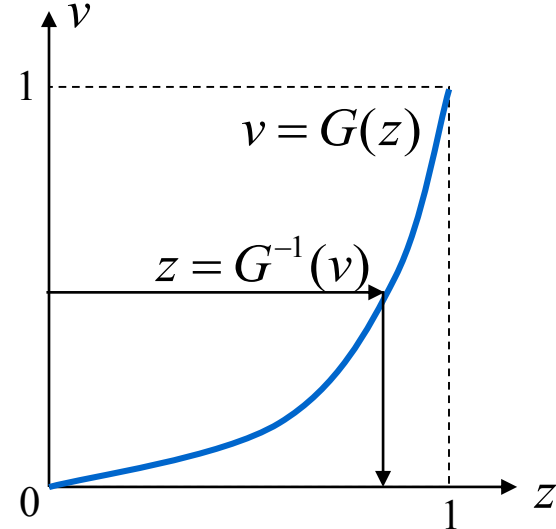
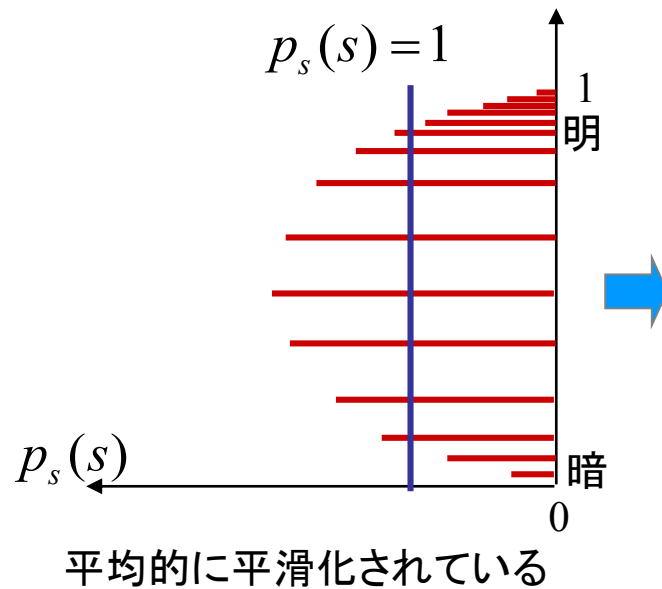
暗  $r_k$

明 1



# ヒストグラム特定化 (つづき)

## 理論

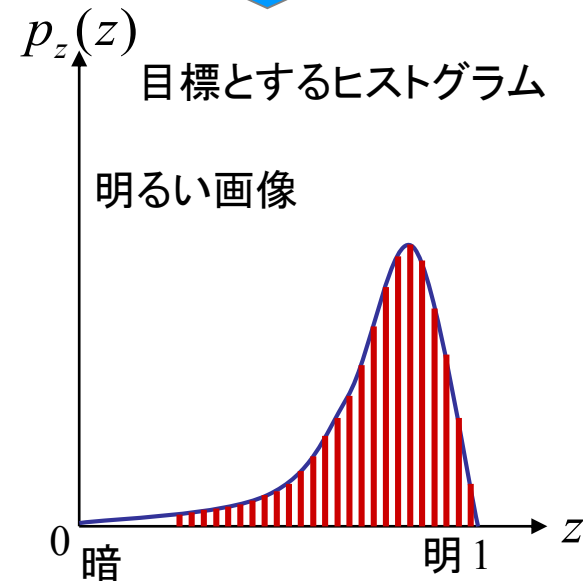


目標とするヒストグラムの累積密度関数

$$v = G(z) = \int_0^z p_z(w) dw$$

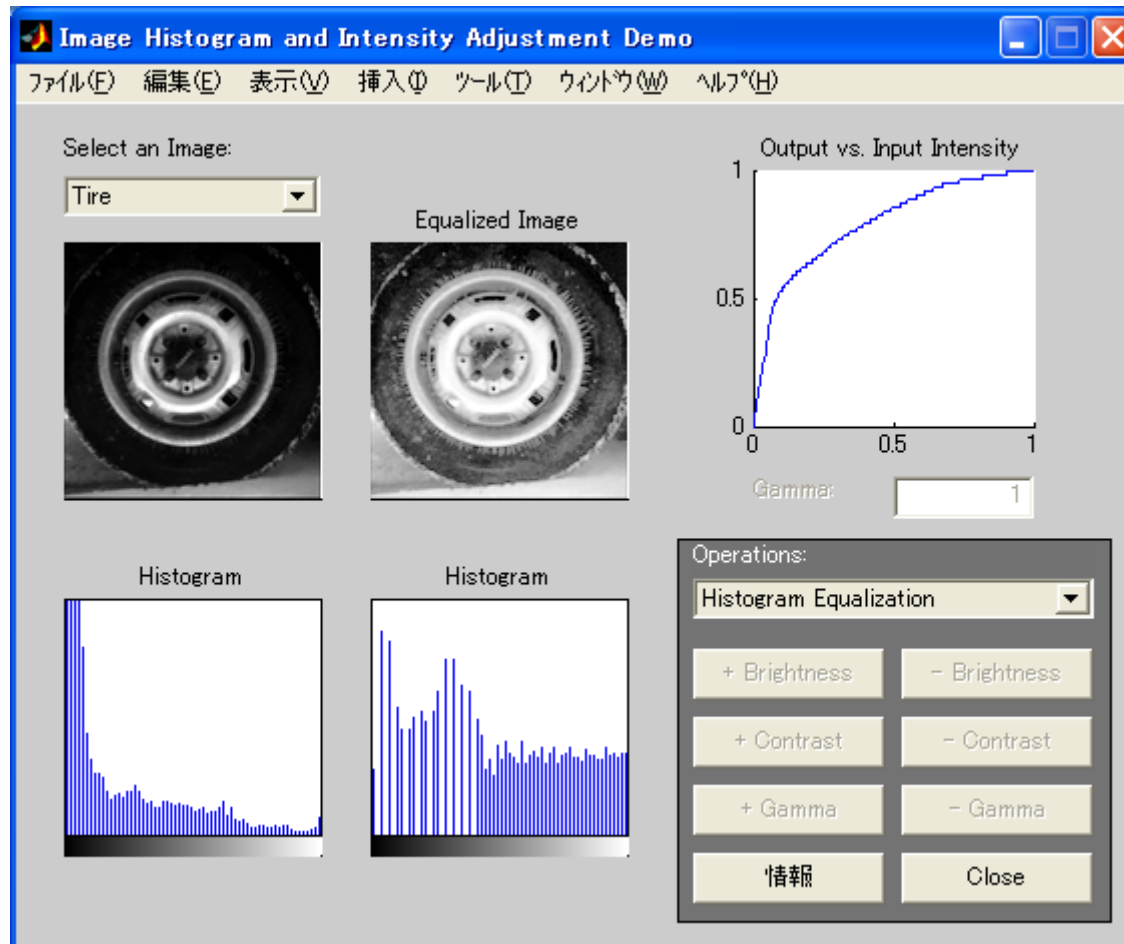
まとめると、以下の式で与えられる

$$z = G^{-1}[T(r)]$$



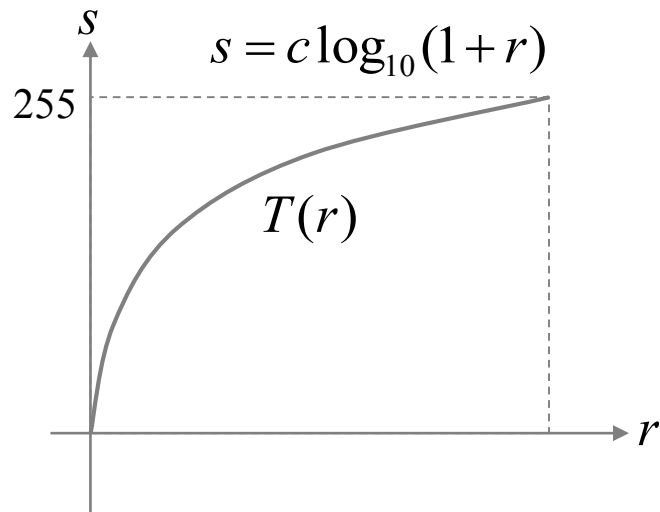
# ヒストグラム平滑化

実行例 (MATLABのdemoより)



# ダイナミックレンジ圧縮

## 例: パワースペクトル画像の表示



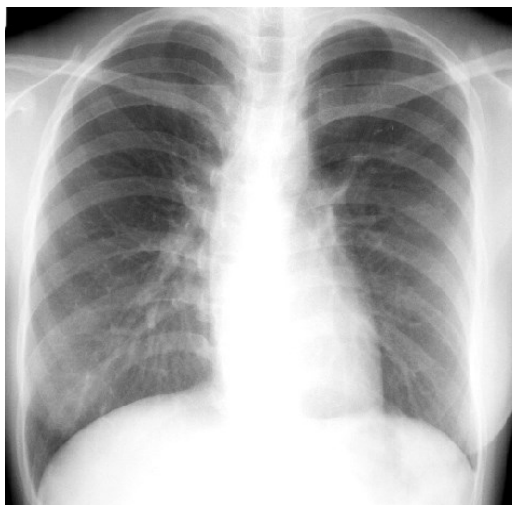
フーリエスペクトルの絶対値 $|r|$ の範囲が $[0, 4.5 \times 10^7]$ とすると

$\log_{10}(1+|r|)$ の計算により、範囲は $[0, 7.7]$ となる.

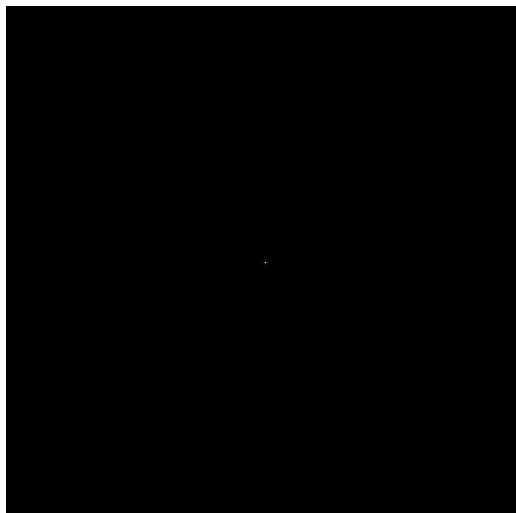
この最大値7.7が255になるように $c$ の値を

$$c = 255/7.7$$

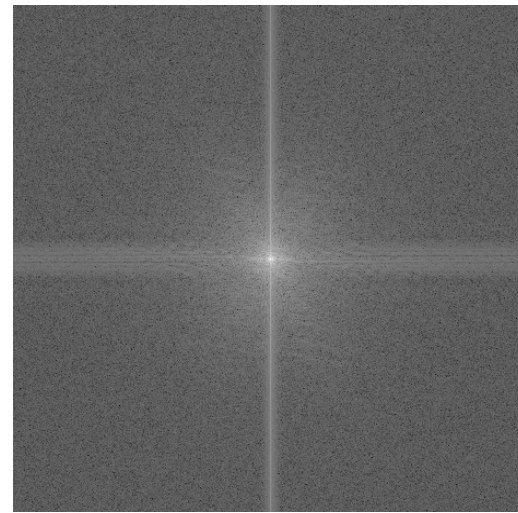
と与える.



原画像



スペクトル(DR圧縮前)



スペクトル(DR圧縮後)

# ダイナミックレンジとデシベルについて

出展:wikipedia

ダイナミックレンジ(dynamic range)とは、識別可能な信号の最小値と最大値の比率をいう。信号の情報量を表すアナログ指標のひとつ。

写真の分野では「ラティチュード」という表現があり、類似の意味である。

デシベル:

音の強さや電気回路における増幅率、減衰率などの表現に用いられる無次元の単位。実用上はパワー比(音のエネルギーや電力)よりも強度比(音圧や電圧)で考える場合が多く、その場合パワーは強度の2乗に比例するので、dB値は「信号強度と基準信号の強度の比の常用対数に20を乗じた値」で表される

一般の音楽用コンパクトディスクが持つダイナミックレンジは、96dBである。デジタル媒体であるため、規格から計算によって導かれる。

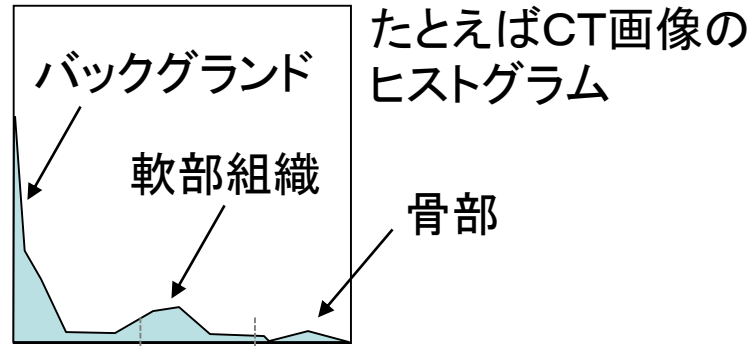
$$20 \times \log_{10}(2^{16}) = 20 \times \log_{10}(65536) = 96\text{dB}$$

データ形式	<a href="#">リニアPCM</a>
<a href="#">サンプリング周波数</a>	44.1 <a href="#">kHz</a>
<a href="#">ビットレート</a>	1411.2kbps
<a href="#">量子化ビット深度</a>	16bit
チャンネル数	2.0chステレオ

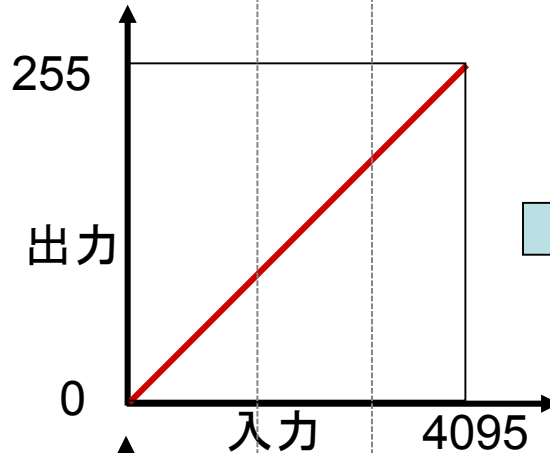
# 医用画像に多用されるウィンドウ処理

もともと量子化レベルの多い画像

例) 10bits, 12bits



階調特性1

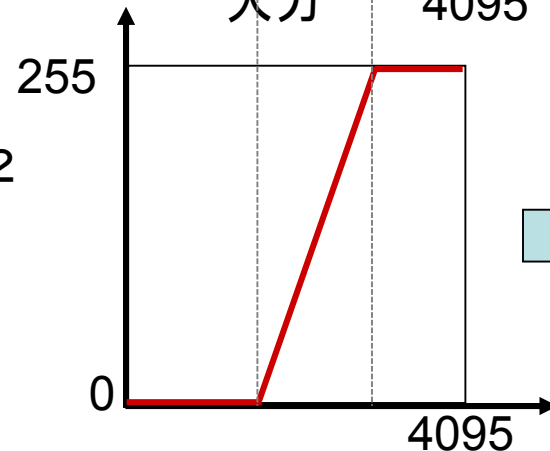


そのまま表示



関心のある部位の詳細が見づらい

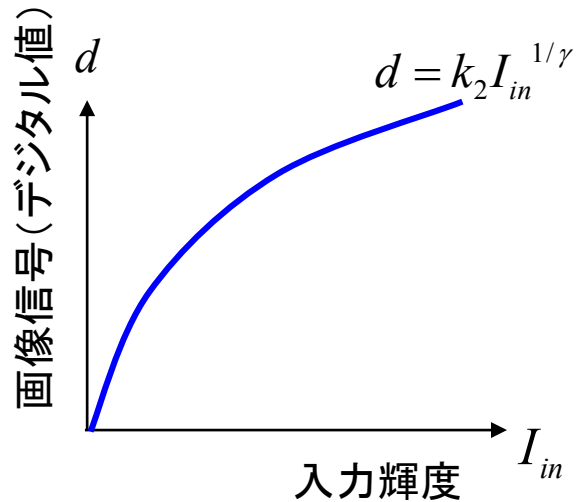
階調特性2



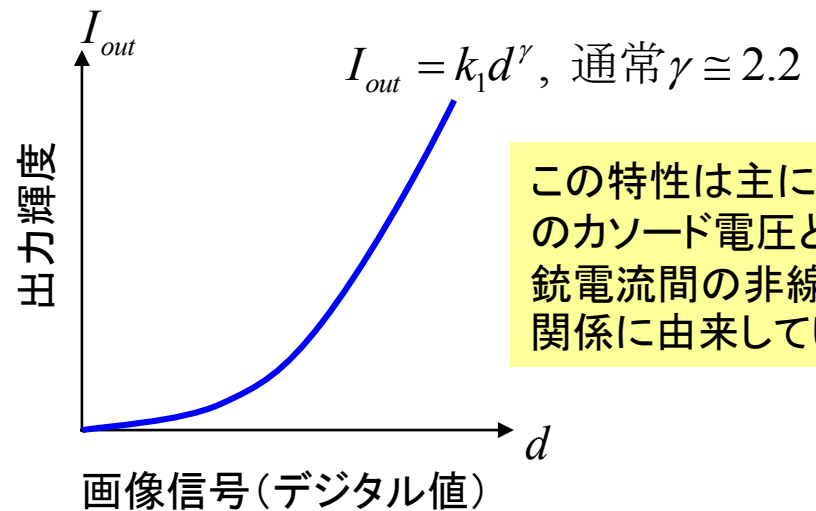
研究室独自  
開発ソフトで  
デモ

# 画像入出力機器の入出力特性

## 汎用的な光学カメラの特性



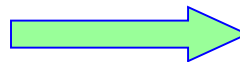
## CRTの特性(ガンマ特性)



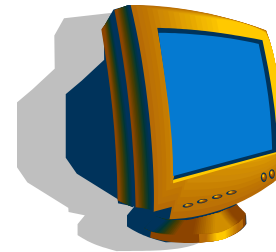
この特性は主にCRTのカソード電圧と電子銃電流間の非線形な関係に由来している。



画像信号伝送



画像入出力機器が直接、  
接続されるケース



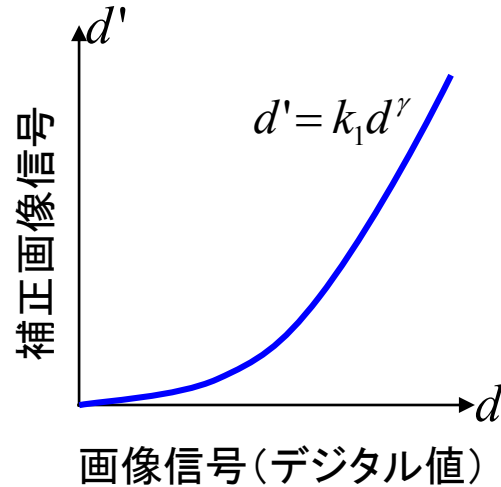
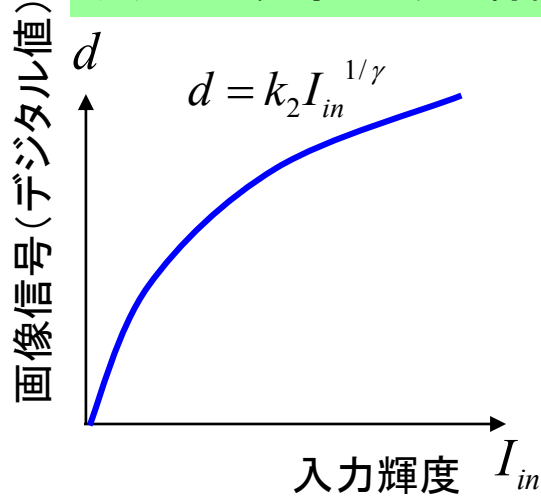
一般に、CRTのガンマ特性に合わせて、カメラ側で逆のガンマ特性を与えている。これにより、表示画像の輝度が、撮影される被写体の輝度とリニアになる。



# 画像入出力機器を考慮した階調変換

輝度に対してリニアなデジタル処理を行いたい場合

汎用的な光学カメラの特性



リニアな空間での処理例

物理的な特性に基づいて輝度に対する処理が必要な場合の例:

劣化画像の復元

$$g(x, y) = NL\{f(x, y) * h(x, y)\}$$

一旦、非線形の階調変換を補正して

$$f(x, y) * h(x, y)$$

劣化関数をデコンボリューションして

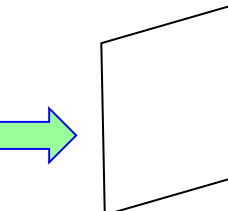
$$f(x, y)$$

を得る.

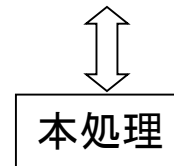


デジタル画像データ

階調変換処理

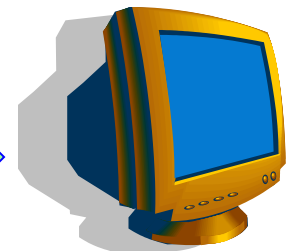


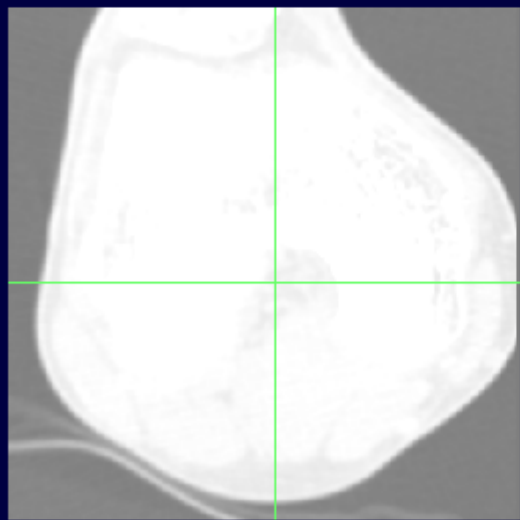
輝度リニアな画像



あらためて表示したい場合は

階調変換処理





### 閾値設定ダイアログ

ヒストグラム

領域範囲

ウィンドウ処理    最小値     最大値

閾値処理

閾値処理設定

上のボクセル値の範囲を  残す     消す

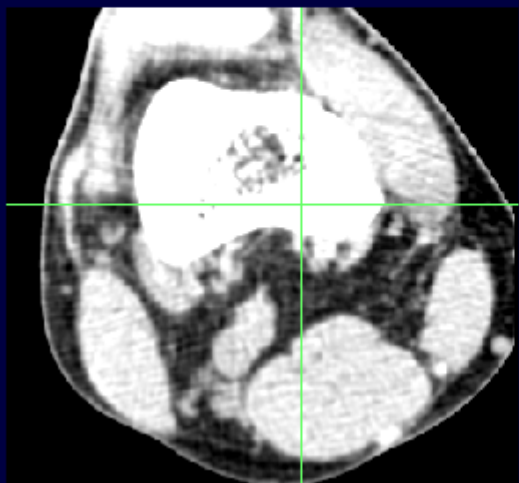
2値化  しない    max      する    min

DrPiew4 - 無題

ファイル(F) 表示(V) 画像処理 肺葉抽出 フィルタ ヘルプ(H)

step 1 step 2a step 2b



### 閾値設定ダイアログ

ヒストグラム

領域範囲

ウィンドウ処理    最小値     最大値

閾値処理

閾値処理設定

上のボクセル値の範囲を  残す     消す

2値化  しない    max      する    min

Modality : CT (T)  
 CFactor : 0.000